

## Categoria e concetto di numero

### Scheda

## Piccola storia dell'idea di numero

“Per Aristotele. . . un numero era un *arithmos*, una pluralità di cose definite, una collezione di ‘unità’ indivisibili. I greci non consideravano 1 (tanto meno 0) come un ‘numero’ perché era un’unità invece di una pluralità. Né potevano concepire le frazioni come numeri, poiché l’unità è indivisibile: i numeri per loro erano entità discrete da distinguere assolutamente dalle grandezze geometriche che sono continue e che possono essere divise all’infinito. . . .”

## Piccola storia dell'idea di numero

### Cont.

. . . fu solo nel sedicesimo secolo che il concetto greco di numero come collezione di unità discrete iniziò davvero a cedere il passo all’idea che un numero era un *simbolo che indicava una quantità in generale*, incluse le quantità continue. Per questo, *Simon Stevin* (1548-1620) sostiene che il numero non deve essere identificato con quantità discontinue, e che a una quantità continua corrisponde un numero continuo. Stevin considera non solo 0 e 1, ma le frazioni e perfino i numeri irrazionali come  $\sqrt{2}$  come ‘numeri’. . . . Benché questa estensione del concetto di numero sia stata uno stimolo prezioso nella storia della matematica, essa ebbe al tempo stesso l’effetto paradossale di rendere oscura la natura dei numeri ‘originali’ - *i numeri naturali* - da cui erano nati i nuovi concetti. Poiché, mentre le frazioni, i numeri negativi e compagnia sono essenzialmente simboli che segnalano l’effetto di *operazioni*, i numeri naturali sembrano avere un carattere più immediato, concreto, perfino eidetico - come i greci riconoscevano quando identificavano i numeri con gli *arithmoi*.”

Da John Bell (1999) *The art of the intelligible*

## Due nozioni diverse di numero

Dal passo precedente, emerge che nella storia della matematica si sono succedute due idee diverse di numero:

- i numeri come collezioni di unità discrete;
- i numeri come simboli che segnalano l’effetto di operazioni.

## Categoria e concetto di numero

Quando gli psicologi cognitivi distinguono tra *categoria* e *concetto* di numero, hanno in mente una distinzione simile a quella che abbiamo visto emergere nella storia della matematica.

Secondo Gallistel e Gelman (1991),

- un soggetto possiede la *categoria* di numero se comprende, ad esempio, che sette pinguini, sette peccati, sette meraviglie del mondo, ecc. sono tutti esempi del numero sette;
- un soggetto possiede il *concetto* di numero se comprende, ad esempio, che sette ha certe relazioni con altri numeri: che sette è uno più sei, due più cinque, otto meno uno, ecc.

## Capacità distinte

In linea di principio, possedere la categoria di numero e possedere il concetto di numero sono capacità distinte.

Possedere la categoria di numero comporta saper riconoscere che insiemi di oggetti diversi hanno la stessa numerosità o numerosità diverse.

Possedere il concetto di numero comporta saper eseguire, in qualche misura, delle operazioni aritmetiche.

Un soggetto potrebbe esser in grado di riconoscere che due mele e due pere sono esempi del numero due, senza sapere che due mele sono tre mele meno una, una mela più una, ecc.

## Come verificare le capacità numeriche?

Se il soggetto conosce le parole numeriche di una lingua, possiamo controllare se possiede la categoria e il concetto di numero abbastanza facilmente.

Se il soggetto è capace di applicare la parola "sette" a sette pinguini, sette peccati, ecc., molto probabilmente possiede la categoria di numero.

Se il soggetto è capace di rispondere correttamente a domande come "quanto fa uno più sei?", "quanto fa cinque più due?", ecc., molto probabilmente possiede il concetto di numero.

Ma come facciamo se, come nel caso degli animali, il soggetto non sa parlare?

## Elementare

Beh, possiamo fare due cose:

- cercare di insegnargli a parlare; oppure
- cercare di ottenere queste informazioni in modo indiretto, osservando il comportamento non verbale del soggetto in certe situazioni.

Come vedremo, per verificare le capacità numeriche degli animali, entrambe le strade sono state battute.

## Due questioni diverse

Quando parliamo di “verificare le capacità numeriche degli animali”, possiamo intendere due cose distinte. Possiamo essere interessati

- alle capacità numeriche che gli animali sviluppano spontaneamente quando vivono liberi, senza addestramento da parte degli umani; oppure
- alle capacità numeriche che gli animali possono sviluppare se opportunamente addestrati.

Di nuovo, gli scienziati cognitivi hanno cercato di indagare entrambe le questioni, e in seguito vedremo come.

Per ora tuttavia vediamo alcune tecniche che sono state messe a punto per verificare le capacità numeriche dei bambini che non hanno ancora imparato a parlare.

Queste tecniche sono state utili anche in alcuni esperimenti sugli animali che esamineremo.

## Una divagazione

Tempo fa ho trascorso qualche giorno in Donegal (Irlanda).

Un mattino, mentre guidavo, mi sono accorto che la gente per la strada mi fissava.

Dal momento che guidavo un'automobile con una targa del luogo, non capivo bene cosa ci fosse da guardare.

Poi, ho capito.

È stato quando ho visto un'auto venirmi incontro sulla destra.

## Morale della divagazione

Le persone, quando vedono qualcosa che non si aspettano, tendono a guardarla più a lungo.

## Lo sguardo preferenziale

### The preferential looking procedure

Entrambe le tecniche sperimentali che descriveremo ora si basano sulla cosiddetta “procedura dello sguardo preferenziale” (*preferential looking procedure*).

L'idea è di sfruttare la tendenza naturale dei soggetti a soffermarsi più a lungo con lo sguardo quando vedono qualcosa che non si aspettano.

Vediamo.

### La tecnica dell'abituazione

La tecnica consiste in questo: si mostrano a bambini che non sanno ancora parlare, una dopo l'altra, delle figure che contengono lo stesso numero di oggetti.

Gli oggetti nelle figure possono essere dei cerchi neri disposti in modo diverso in ogni figura. Oppure una figura può mostrare oggetti come un guanto e un'arancia, la figura successiva un portachiavi e una banana, ecc.

Dopo un po', il livello di attenzione del bambino diminuisce. Si prosegue di solito fino a quando il tempo che essi dedicano a guardare le figure è sceso di circa la metà rispetto al tempo iniziale. A questo punto, il bambino si è *abituato*.

Quindi, gli viene mostrata una nuova figura con un oggetto in più o in meno delle figure precedenti, oppure una figura con lo stesso numero di oggetti.

L'idea è che, se il bambino percepisce la differenza di numero, sarà colpito dalla differenza (si *disabituerà*) e tenderà a guardare significativamente più a lungo la figura con un numero di oggetti diversi.

### Risultati

Sperimentando questa tecnica sui neonati (Antell e Keating 1983), sui bambini di 5 mesi (Starkey e Cooper 1980) e sui bambini di 10 mesi (Strauss e Curtiss 1981), si è scoperto che, per insiemi di pochi oggetti, questi bambini guardano assai più a lungo la figura con un numero nuovo di oggetti.

In particolare, si è visto che sono in grado di distinguere tra due e tre e, in certe condizioni, tra tre e quattro.

### Possesso della categoria di numero

Questi risultati suggeriscono che, già in età assai precoce, i bambini hanno la *categoria* di numero, per quanto riguarda piccoli insiemi di oggetti.

### Suoni e immagini

Si è anche scoperto che, se facciamo sentire al bambino una sequenza di due colpi oppure di tre colpi mentre gli mostriamo due immagini, una con due oggetti e l'altra con tre oggetti, il bambino preferirà guardare l'immagine con il numero di oggetti che è lo stesso del numero dei colpi (Starkey et al. 1983, 1990).

Questo sembra indicare che il bambino è in grado di riconoscere numerosità diverse indipendentemente dalla modalità percettiva (visiva o uditiva).

## La tecnica del risultato impossibile

### Addizione

Vediamo ora un'altra tecnica.

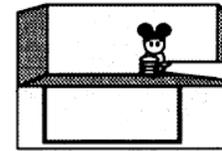
Si prende un gruppo di pargoli (tutti in grado di discriminare piccoli numeri).

I pargoli vengono esposti a questa sequenza di eventi. Lo sperimentatore colloca un oggetto in una vetrina vuota. A questo punto, un piccolo schermo sale e copre l'oggetto. Ora, lo sperimentatore mette un secondo oggetto dietro lo schermo e toglie la mano vuota.

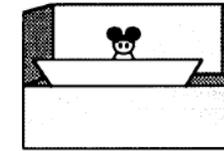
I pargoli vedono chiaramente il tipo di operazione aritmetica compiuta (addizione), ma non possono vedere immediatamente il risultato in quanto lo schermo copre gli oggetti.

## Esempio

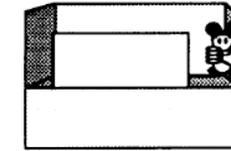
1. Object placed in case



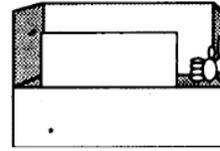
2. Screen comes up



3. Second object added



4. Hand leaves empty



Da Wynn (1992).

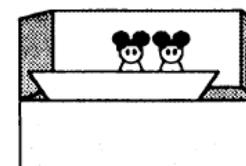
## Un po' di magia

A questo punto, a un gruppo si mostra un ultimo evento in cui lo schermo scende rivelando un solo oggetto, cioè un *risultato impossibile* (l'altro oggetto è stato rimosso dal ricercatore senza che i pargoli potessero vedere).

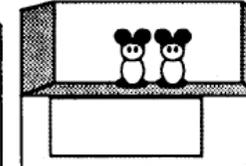
A un altro gruppo si mostra invece un ultimo evento in cui lo schermo scende rivelando due oggetti, cioè il *risultato corretto*.

## Esempio di risultato corretto

5. screen drops ...

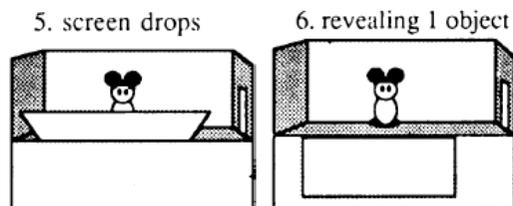


6. revealing 2 objects



Da Wynn (1992).

## Esempio di risultato impossibile



Da Wynn (1992).

## Risultati dell'esperimento

L'idea è che, se i bambini sanno eseguire un'operazione elementare di addizione come  $1+1$ , dovrebbero essere sorpresi quando vedono un risultato impossibile, e dunque dovrebbero guardare più a lungo quando vedono questo risultato.

Wynn (1992) ha scoperto che i bambini di 5 mesi tendono a guardare significativamente più a lungo la scena che mostra il risultato impossibile.

Questo suggerisce che già a 5 mesi i bambini sono in grado di eseguire operazioni aritmetiche come  $1+1$ .

## La tecnica del risultato impossibile

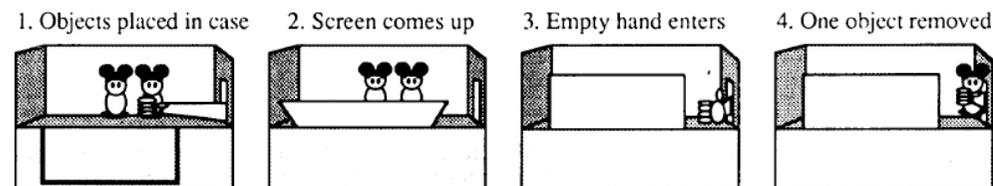
### Sottrazione

Lo stesso tipo di tecnica può anche essere utilizzato per mostrare che i bambini di 5 mesi sono in grado di compiere operazioni elementari di sottrazione.

I bambini vengono esposti a questa sequenza di eventi. Lo sperimentatore colloca due oggetti in una vetrina vuota. A questo punto, un piccolo schermo sale e copre gli oggetti. Ora, lo sperimentatore afferra un oggetto dietro lo schermo e lo toglie mentre il bambino guarda.

Di nuovo, i bambini vedono chiaramente il tipo di operazione aritmetica compiuta (sottrazione, in questo caso), ma non possono vedere immediatamente il risultato dell'operazione in quanto lo schermo copre l'oggetto restante.

## Un esempio



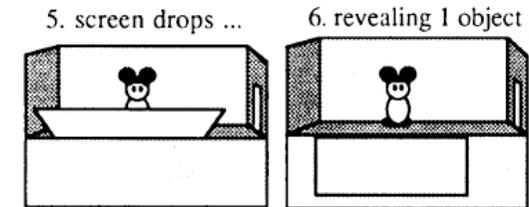
Da Wynn (1992).

### Ancora un po' di magia

A questo punto, a un gruppo si mostra un ultimo evento in cui lo schermo scende rivelando un solo oggetto, cioè il *risultato corretto*.

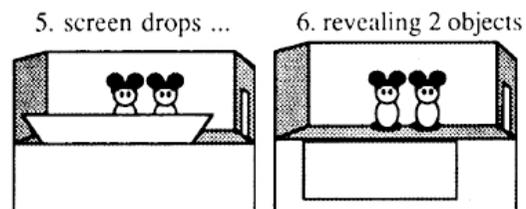
A un altro gruppo si mostra invece un ultimo evento in cui lo schermo scende rivelando due oggetti, cioè un *risultato impossibile* (l'altro oggetto è stato aggiunto dal ricercatore senza che i bambini potessero vedere).

### Esempio di risultato corretto



Da Wynn (1992).

### Esempio di risultato impossibile



Da Wynn (1992).

### Risultati dell'esperimento

Di nuovo, Wynn (1992) ha scoperto che i bambini di 5 mesi, tendono a guardare significativamente più a lungo la scena che mostra il risultato impossibile.

Questo suggerisce che già a 5 mesi i bambini sono in grado di eseguire operazioni aritmetiche come 2-1.

## Possesso del concetto di numero

Questi esperimenti mostrano dunque che, per piccoli insiemi, i bambini in età preverbale sono in possesso non solo della *categoria* di numero (sono cioè in grado di distinguere insiemi con numeri di oggetti diversi), ma anche del *concetto* di numero (sono cioè in grado di eseguire delle operazioni aritmetiche elementari).