

## Subitizing e Counting

Scheda

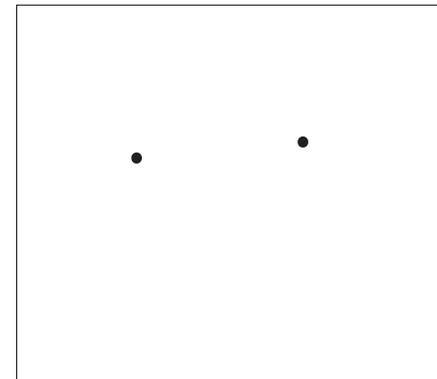
## Un esperimento

Ora vi mostro dei rettangoli con dentro dei punti.

Ve li lascio guardare per un tempo molto breve.

Voi mi dovete dire quanti punti ci sono in ciascun rettangolo.

Pronti?

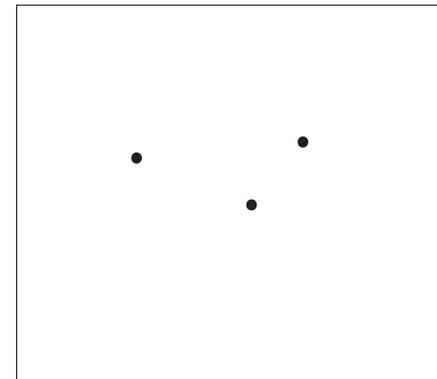


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

due

**Pronti?**

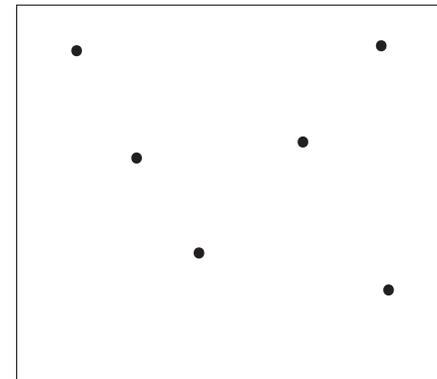


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

tre

**Pronti?**

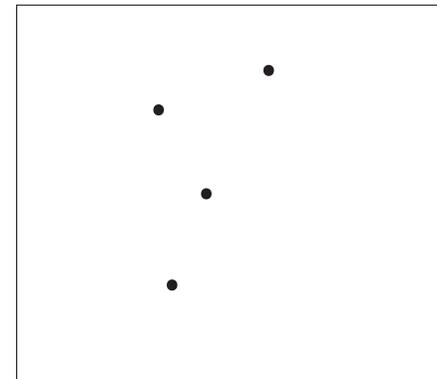


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

sei

**Pronti?**

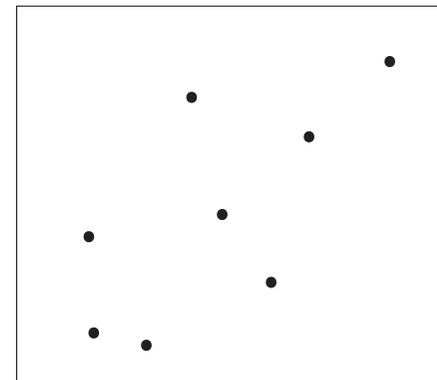


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

quattro

**Pronti?**

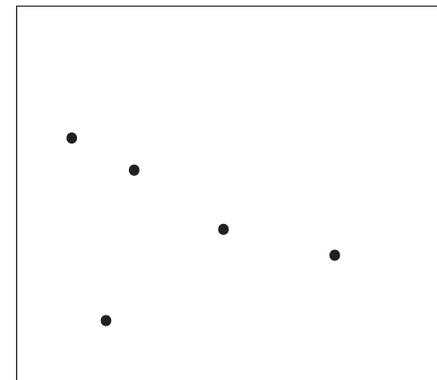


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

otto

**Pronti?**

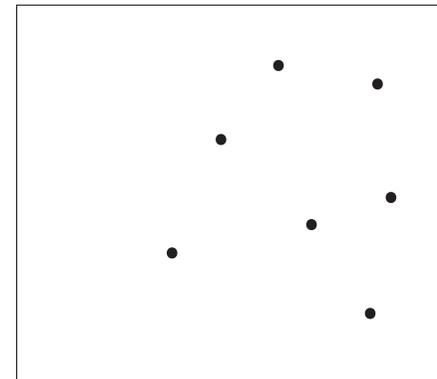


**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

cinque

**Pronti?**



**Quanti punti c'erano?**

**Risposta corretta**

sette

**Fine dell'esperimento**

**Un fatto abbastanza ovvio**

Probabilmente, avrete notato che per gli insiemi che consistono di due, tre, o quattro punti valutare quanti punti ci sono è immediato, non richiede alcuno sforzo. Semplicemente, *vediamo* che nella figura ci sono due, tre, o quattro punti. E, quando rispondiamo, siamo certi di avere risposto correttamente.

Invece, per gli insiemi più numerosi, determinare il numero è un processo più laborioso ed è più facile fare errori.

Questa è una osservazione abbastanza ovvia. E potrebbe avere una spiegazione altrettanto ovvia: più elementi ci sono, più tempo ci mettiamo a contare, più fatica dobbiamo fare, più facilmente facciamo errori.

## Un esperimento simile

Alcuni studiosi (Akin e Chase 1978, Klahr e Wallace 1976, Mandler e Shebo 1982) hanno eseguito, in condizioni più controllate, un esperimento simile a quello che abbiamo fatto qui, con alcune differenze:

- a ciascun soggetto venivano mostrati degli insiemi di oggetti (punti o altro);
- quando il soggetto era pronto per rispondere, schiacciava un tasto e diceva quanti oggetti vedeva;
- lo sperimentatore registrava la risposta e il tempo che impiegava il soggetto a rispondere.

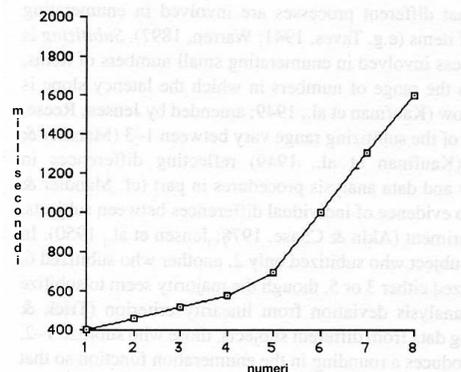
## Un fatto meno ovvio

Eseguendo l'esperimento precedente, gli studiosi in questione hanno scoperto un fatto meno ovvio:

- in media, per insiemi che contenevano fino a quattro elementi, il tempo che il soggetto impiegava a rispondere aumentava di 25-100 millisecondi per ogni elemento che veniva aggiunto;
- in media, per insiemi che contenevano più di quattro elementi, il tempo che il soggetto impiegava a rispondere aumentava di 250-350 millisecondi per ogni elemento che veniva aggiunto.

## Il gomito

Questa differenza nei tempi di reazione è chiaramente visibile nel grafo seguente, che rappresenta come i tempi di risposta medi, nell'esperimento che abbiamo descritto, dipendono dal numero di elementi: la differenza nell'incremento medio dei tempi di reazione per insiemi che contengono fino a quattro elementi e insiemi più numerosi crea un "gomito" nella figura.



## Variazione

I dati precedenti relativi ai tempi di reazione sono in qualche misura idealizzati.

Nella letteratura sono state osservate delle variazioni riguardo al numero in cui si verifica il "gomito" (il numero dopo il quale l'incremento medio dei tempi di reazione inizia ad impennarsi).

Molti studi individuano però il quattro come il numero cruciale.

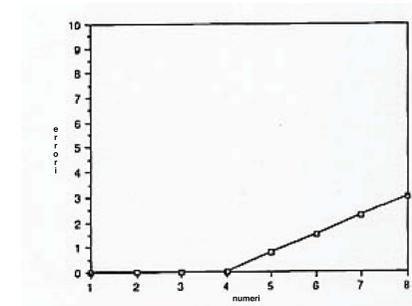
## Accuratezza

Se, invece di misurare il tempo che impiega un soggetto a rispondere in funzione del numero di elementi, si misura il tempo che i soggetti impiegano a dare risposte *con un certo livello di accuratezza* in funzione del numero di elementi, si ottiene un "gomito" analogo (Oyama, Kikuchi, e Ichihara 1981).

## Percentuale di errore

Un "gomito" è presente anche se si esamina la percentuale di errori commessi nell'enumerare insiemi con un numero crescente di elementi.

"I soggetti si sbagliano di rado, se lo fanno mai, quando enumerano piccoli numeri di elementi. La gente raramente fa errori quando conta fino a quattro, per esempio. Quando ci sono più elementi, tuttavia, la percentuale di errore cresce con il numero, come mostra la figura" (Trick e Pylyshyn 1990).



## Una domanda naturale

- Perché c'è il gomito?

Perché esiste questa differenza tra l'incremento dei tempi impiegati per valutare la numerosità (cardinalità) di insiemi che contengono meno di cinque elementi e l'incremento dei tempi impiegati a valutare la numerosità di insiemi più numerosi?

Perché la percentuale di errore aumenta linearmente dopo il quattro ed è piatta prima del quattro?

## La risposta corrente

Una tesi condivisa da molti ricercatori (non da tutti!) è questa;

- queste differenze nei tempi di reazione e nella percentuale di errore indicano che il processo mentale attraverso il quale normalmente determiniamo qual è il numero di elementi di insiemi con meno di cinque elementi è diverso dal processo mentale attraverso il quale normalmente determiniamo qual è il numero di elementi di insiemi più numerosi;
- il processo mentale attraverso il quale normalmente determiniamo qual è il numero di elementi di insiemi con meno di cinque elementi è detto *subitizing*;
- il processo mentale attraverso il quale normalmente determiniamo qual è il numero di elementi di insiemi più numerosi è detto *counting*.

(Il termine *subitizing* è dovuto a Kaufman *et al.* 1949.)

## Domande ulteriori

Se è vero che ci troviamo di fronte a processi diversi, è naturale chiedersi:

- come differiscono esattamente i processi mentali di *counting* e *subitizing*?
- e perché questi processi danno luogo a incrementi diversi nei tempi medi di reazione e nella percentuale di errore?

Per ora, non c'è accordo tra gli studiosi su come rispondere a queste domande, esistono cioè teorie diverse riguardo al *subitizing* e al *counting*.

Vediamone alcune.

## Teorie del subitizing e del counting

## La teoria della figura

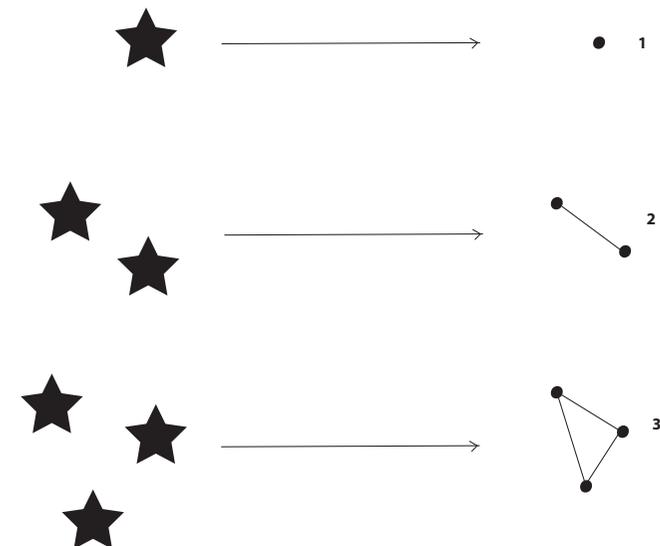
**Pattern theory, Mandler e Shebo 1982**

Secondo la teoria della figura, il modo in cui insiemi di pochi elementi vengono enumerati è questo:

- i partecipanti usano la figura geometrica che formano gli oggetti per determinarne il numero.

Il soggetto associa il numero 1 a un punto, il numero 2 a una linea (segmento) e il numero 3 a un triangolo.

Quando vede insiemi di uno, due o tre oggetti, come le stelline nella figura seguente, nota immediatamente che formano un punto, una linea, e un triangolo. Quindi assegna a ciascuno di questi insiemi il numero appropriato.



## Spiegazione dei tempi di reazione

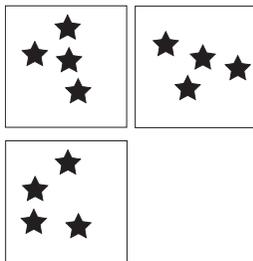
Secondo questa teoria, la velocità di reazione nell'enumerazione di insiemi di pochi elementi si spiega con il fatto che il soggetto non ha bisogno di contare mentalmente gli elementi uno ad uno, ma "vede" immediatamente che gli oggetti formano un punto (dunque, un insieme di un elemento), una linea (dunque, un insieme di due elementi), o un triangolo (dunque, un insieme di tre elementi).

Quando si passa a insiemi di elementi superiori a tre, non c'è più un'unica figura che corrisponde solitamente al numero degli elementi, quindi il soggetto è costretto a contare gli elementi uno per uno (vocalmente o mentalmente), e questo richiede più tempo.

## Problemi per la teoria della figura

## Il dominio del subitizing

Molti autori riportano che i soggetti fanno *subitizing* fino a insiemi di quattro elementi, mentre secondo la teoria di Mandler e Shebo il *subitizing* dovrebbe avvenire solo con insiemi con meno di quattro elementi: infatti a insiemi di quattro elementi non corrisponde di solito un'unica figura.



## Insiemi non 'canonici' di tre elementi

Alcuni insiemi di tre elementi non formano un triangolo:



Secondo la teoria della figura, i soggetti dovrebbero avere la tendenza a confondere insiemi di questo tipo con gli insiemi di due elementi (in quanto le tre stelline nella figura formano una linea).

Ma Trick (1987) ha controllato questa predizione e ha visto che è falsa: i soggetti non hanno maggiori difficoltà a enumerare insiemi di questo tipo, non fanno errori, e anzi sono più rapidi nell'enumerarli che nell'enumerare insiemi in cui gli oggetti formano un triangolo.

## Una teoria diversa

Esaminiamo ora un'altra teoria del *subitizing* e del *counting*: la teoria della memoria di lavoro.

Prima però vediamo cos'è la memoria di lavoro.

## Memoria di lavoro vs. memoria a lungo termine

Quando teniamo in mente un numero di telefono dopo averlo letto nella guida e mentre lo stiamo componendo, il numero di telefono è temporaneamente immagazzinato nella nostra *memoria di lavoro*.

Gli psicologi distinguono la memoria di lavoro, che serve a immagazzinare l'informazione per periodi relativamente brevi e ha una capacità limitata, dalla *memoria a lungo termine*, che serve a immagazzinare l'informazione per periodi più lunghi e ha una capacità molto maggiore.

L'esistenza di questi due tipi di memoria è confermata dal fatto che certe lesioni cerebrali possono danneggiare l'una senza danneggiare l'altra.

## La teoria della memoria di lavoro

**Klahr e Wallace 1976**

La memoria di lavoro ha una capacità limitata. Per contare un insieme di elementi che ci viene mostrato, dobbiamo immagazzinare informazioni riguardo a questi elementi nella memoria di lavoro.

Se il numero degli elementi da contare è più di quattro, l'informazione da tenere a mente eccede la capacità della memoria di lavoro. Quindi, il soggetto deve concentrarsi su un sottoinsieme di elementi che non eccede la capacità della memoria di lavoro, contarli, ricordare il totale, liberare la memoria di lavoro, poi tornare a guardare l'insieme, contare un altro sottoinsieme, ecc.

Questa è la ragione per cui i tempi medi di reazione si impennano quando i soggetti devono contare insiemi con più di quattro elementi.

## Un problema per la teoria della memoria di lavoro

**Trick e Pylyshyn 1994**

Se il *subitizing* avviene perché con insiemi con meno di cinque elementi l'informazione che il soggetto deve ritenere non eccede la capacità della memoria di lavoro, dovremmo aspettarci che, se aumentiamo il carico della memoria di lavoro, questo possa avere qualche effetto sulla possibilità di fare *subitizing*.

Per esempio, se al soggetto che sta contando chiediamo di eseguire contemporaneamente qualche altro compito che impegna la memoria di lavoro, questo dovrebbe diminuire la capacità del soggetto di fare *subitizing*. Ma Logie e Baddeley (1987) hanno mostrato che non è così.

E, anche se aggiungiamo degli elementi distrattori nell'immagine, questo da solo non è sufficiente a diminuire la capacità del soggetto di fare *subitizing* (vedremo un esempio di questo più avanti).

Nessuno è mai riuscito a dimostrare che, aumentando il carico della memoria di lavoro, questo ha un effetto sulla possibilità di fare *subitizing*.

## Le teorie in competizione

Abbiamo visto due teorie che cercano di spiegare il fenomeno del *subitizing* senza successo. Oggi, queste teorie sono state in larga misura abbandonate, almeno nella versione che ho presentato.

Ora vediamo invece due teorie ancora “sul mercato”: alcuni studiosi propendono oggi per una e altri per l'altra.

## La teoria del contare verbale e preverbale

**Gallistel e Gelman 1991, 1992**

Gallistel e Gelman hanno suggerito che

- per valutare la numerosità di insiemi con meno di cinque elementi gli esseri umani adulti solitamente *contano preverbalmente*,
- per valutare la numerosità di insiemi più numerosi, gli esseri umani adulti solitamente *contano verbalmente*.

Secondo questa teoria, è la differenza tra questi due modi di contare a causare l'incremento dei tempi medi di reazione per insiemi con più di quattro elementi.

Ma in cosa consiste la differenza tra contare verbalmente e contare preverbalmente?

## Differenza di rappresentazioni

La differenza tra contare verbalmente e contare preverbalmente *non* consiste nell'emettere o meno dei suoni quando si conta.

La differenza, secondo gli studiosi che propongono questa teoria, sta invece nelle *rappresentazioni mentali* di cui soggetti fanno uso in questi processi cognitivi.

Quando un soggetto conta verbalmente, ripete mentalmente (o emette in modo udibile) parole come “uno”, “due”, “tre”, ecc. per enumerare gli elementi dell'insieme.

Quando un soggetto conta preverbalmente, non emette né ripete mentalmente delle parole, ma usa delle rappresentazioni di altro tipo, delle *grandezze*, per enumerare gli elementi dell'insieme.

## Domanda

- Cosa vuol dire usare delle grandezze per enumerare gli elementi di un insieme?

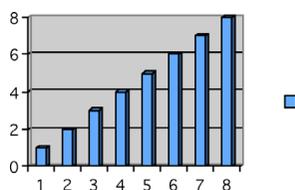
## Rappresentazioni numeriche con grandezze

Le parole numeriche non sono isomorfe all'insieme dei numeri a cui si riferiscono. Sappiamo, ad esempio, che cinque è minore di sei, ma la parola "cinque" non è più piccola della parola "sei".

Lo stesso vale per i simboli "1", "2", "3", ecc. Sappiamo che 2 è minore di 3, ma il simbolo "2" non è più piccolo di "3".

Quando rappresentiamo i numeri con delle grandezze, la relazione tra le rappresentazioni e i numeri per cui stanno è meno arbitraria.

Un esempio di uso di grandezze per rappresentare numeri diversi è l'*istogramma*. Le colonne dell'istogramma rappresentano dei numeri, più alto è il numero, più alta è la colonna:



## La legge di Weber

Quando gli esseri umani devono distinguere una grandezza da un'altra, maggiore è la grandezza più difficile è distinguerla da grandezze vicine (a meno che non si tratti di grandezze estremamente piccole o estremamente grandi).

Per esempio se uno stimolo luminoso di 100 unità richiede un incremento (o una diminuzione) di almeno 10 unità perché un osservatore riesca a percepire una differenza di luminosità, uno stimolo luminoso di 1000 unità richiederà un incremento o una diminuzione di 100 unità perché un osservatore riesca a percepire una differenza di luminosità.

Questo fatto è una conseguenza della cosiddetta "legge di Weber", secondo cui il cambiamento minimo in uno stimolo per poter notare una differenza è proporzionale allo stimolo di partenza.

## Contare preverbale e la legge di Weber

Se il contare preverbale consiste nell'usare delle grandezze per enumerare gli elementi di un insieme, dovremmo aspettarci che esibisca certe caratteristiche previste della legge di Weber.

In particolare, dovremmo aspettarci che maggiore è il numero di elementi dell'insieme che dobbiamo contare preverbalmente, più difficile sia distinguere la numerosità di questo insieme dalle numerosità vicine.

Dunque, per insiemi numerosi, contare preverbalmente sarebbe per sua natura un processo più impreciso del contare verbalmente.

Ovviamente, sia quando contiamo verbalmente che quando contiamo preverbalmente possiamo *sbagliarci a contare*, per esempio possiamo saltare un elemento, e la probabilità di fare errori aumenta con l'aumentare del numero di elementi da contare.

Ma, nel caso del contare preverbale, interviene una causa ulteriore di imprecisione dovuta alla legge di Weber: anche se non sbagliamo a contare, l'uso delle grandezze per contare rende più difficile distinguere insiemi di elementi numerosi da insiemi con un numero di elementi simile.

## Tornando alla teoria

Ora che abbiamo compreso meglio cosa si intende per *contare preverbalmente* nel senso di Gallistel e Gelman, vediamo come la teoria del contare verbalmente e del contare preverbalmente spiega il fenomeno del *subitizing*.

### Spiegazione dei tempi di reazione

Secondo questa teoria, l'incremento dei tempi medi di reazione per insiemi di oggetti superiori a quattro dipende dal fatto che i due modi di contare, preverbale e verbale, differiscono per velocità e accuratezza.

Il processo di contare preverbalmente è rapido, ma inaccurato per insiemi numerosi. Il processo di contare verbalmente è più lento, ma più preciso.

I soggetti contano preverbalmente se l'insieme ha meno di cinque elementi (producendo alla fine la parola che corrisponde al risultato che hanno ottenuto contando preverbalmente), in quanto questo modo di contare è più veloce del contare verbalmente ed è accurato per insiemi così piccoli.

Contano invece verbalmente insiemi con più di quattro elementi, in quanto per questi insiemi contare preverbalmente rischia di produrre un risultato inaccurato. Ma contare verbalmente è un processo più lento, dunque i tempi medi di reazione aumentano.

### Spiegazione della percentuale di errore

Il processo di contare preverbalmente gli insiemi con meno di cinque elementi è accurato, quindi non si verifica una percentuale di errori significativa.

Per insiemi più numerosi, il processo di contare verbalmente è più accurato, ma più il numero cresce più aumenta la possibilità di sbagliare a contare, dunque ci aspettiamo che la percentuale media di errori cresca col crescere del numero.

### L'altra teoria

Vediamo ora l'altra teoria del *subitizing* per cui alcuni studiosi propendono.

### La teoria dei contrassegni di riferimento

#### Trick e Pylyshyn 1990, 1994

Secondo questa teoria, quando un soggetto analizza visivamente una scena (o un'immagine), deve distinguere ciascun oggetto dagli altri e dallo sfondo.

Quando un elemento viene distinto dagli altri, gli viene assegnato un contrassegno (o FINST). Questo processo di assegnazione dei contrassegni avviene prima che il soggetto inizi a spostare l'attenzione su aree diverse della scena una dopo l'altra (in questo senso, è un processo pre-attenzionale o parallelo).

Solo un piccolo numero di contrassegni è disponibile e lo stesso contrassegno non può essere assegnato contemporaneamente a due elementi diversi.

(Quest'ultima assunzione sembra essere confermata dal fatto che in fase pre-attenzionale i soggetti riescono a seguire i movimenti di circa 4 elementi. Vedi Ulmann 1981, Pylyshyn e Storm 1988, McKeever 1993.)

## Spiegazione dei tempi di reazione

Ora, se dobbiamo contare un insieme con meno di cinque elementi nel nostro campo visivo, a ciascun elemento viene automaticamente assegnato un unico contrassegno nel corso dell'analisi visiva. Tutto quello che dobbiamo fare in più è assegnare una parola numerica a ciascun contrassegno ("uno", "due", "tre", ecc.). L'ultima parola assegnata ci dirà qual è il numero di elementi dell'insieme.

Tuttavia, se il numero degli elementi nel campo visivo è maggiore di quattro, non avremo un numero sufficiente di contrassegni per assegnare a ciascun elemento un unico contrassegno. Dunque, dovremo prima distinguere (cioè, assegnare un contrassegno a) un gruppo di elementi non superiore a quattro, assegnare una parola numerica a ciascun contrassegno. Poi distinguere un altro gruppo di elementi non superiore a quattro (cioè, riassegnare i contrassegni a questi nuovi elementi), assegnare una parola numerica a ciascun contrassegno, ecc. Poi fare il totale. Insomma, un processo più lungo e laborioso.

## Spiegazione della percentuale di errore

Il processo di riassegnazione dei contrassegni introduce una possibilità di errore: può accadere che il soggetto si sbaglia e riassegna un contrassegno ad un elemento che ha già contato, contandolo così di nuovo

Quando si conta un gruppo di elementi contrassegnati e poi si conta un altro gruppo di elementi contrassegnati, poi un altro gruppo ancora, è necessario tenere a mente i totali parziali. Questo introduce un'altra possibilità di errore: può accadere che il soggetto si dimentichi un totale parziale.

Dunque, per insiemi con più di quattro elementi il processo di riassegnazione dei contrassegni e di computo dei totali parziali aumenta la possibilità di errore.

## Contrassegni e memoria di lavoro

Notate che la teoria dei contrassegni di riferimento, come la teoria della memoria di lavoro, attribuisce il *subitizing* a limitazioni di capacità.

Ma nella teoria dei contrassegni di riferimento, la limitazione di capacità riguarda il numero di elementi che possono essere individuati contemporaneamente (a cui può essere assegnato un contrassegno di riferimento) in una scena visuale.

Nella teoria della memoria di lavoro, la limitazione di capacità riguarda la quantità di informazione complessiva che può essere ritenuta nella memoria di lavoro.

Per questa ragione, la teoria dei contrassegni di riferimento non è soggetta alle stesse obiezioni a cui è soggetta la teoria della memoria di lavoro. Aumentare il carico della memoria di lavoro con un compito che distrae il soggetto oppure introducendo degli elementi distrattori nella scena non comporta necessariamente aumentare il numero di contrassegni di riferimento da assegnare.

## Ricerca futura

Sia la teoria del contare verbale e non verbale che la teoria dei contrassegni di riferimento rendono conto di alcuni dei dati fondamentali che caratterizzano il fenomeno del *subitizing*.

Quale di queste teorie sia preferibile è ancora una questione aperta nella letteratura.

## Fattori che impediscono il subitizing

Concludiamo la nostra discussione del *subitizing* descrivendo un fattore che influenza la capacità dei soggetti di fare *subitizing*.

Si è visto che il *subitizing* può essere impedito manipolando opportunamente l'attenzione spaziale.

## Processi visivi

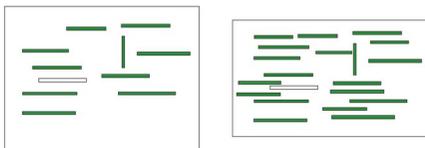
Ullman 1984 e altri

Quando guardiamo un'immagine (o una scena) ci sono due tipi di processi cognitivi che si verificano:

- dei processi iniziali in cui tutti gli elementi dell'immagine vengono presi in considerazione contemporaneamente (processi pre-attenzionali o paralleli);
- dei processi successivi in cui l'attenzione si concentra su aree diverse dell'immagine una alla volta (processi attenzionali o seriali).

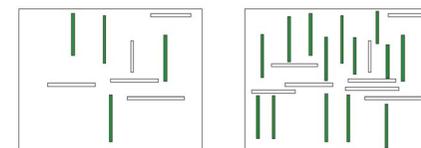
## Un esempio di processo pre-attenzionale

Se misurate quanto tempo un soggetto impiega a trovare un elemento bianco o verticale (condizione disgiuntiva) nelle figure seguenti, scoprirete che mediamente ci mette tanto tempo a trovarlo nell'immagine di destra quanto nell'immagine di sinistra. Questo perché l'individuazione di un elemento bianco o verticale è un processo pre-attenzionale, che non richiede di spostare l'attenzione su aree diverse dell'immagine una dopo l'altra, quindi non fa differenza quanti oggetti "distrattori" ci sono nell'immagine.



## Un esempio di processo attenzionale

Se misurate invece quanto tempo un soggetto impiega a trovare un elemento bianco e verticale (condizione congiuntiva) nelle immagini seguenti, scoprirete che mediamente ci mette meno tempo a trovarlo nell'immagine di sinistra che nell'immagine di destra. Questo perché l'individuazione di un elemento bianco e verticale è un processo attenzionale, che richiede di spostare l'attenzione su aree diverse dell'immagine una dopo l'altra, quindi fa differenza quanti oggetti "distrattori" ci sono nell'immagine.



## Attenzione spaziale e subitizing

Trick e Pylyshyn 1989, 1993

Si è scoperto che, quando il processo visivo è di tipo attenzionale, il *subitizing* non avviene.

Se chiediamo ai soggetti di contare quanti rettangoli bianchi verticali ci sono (condizione congiuntiva) in un campo di rettangoli verdi verticali e di rettangoli bianchi orizzontali, i tempi di reazione aumentano anche per insiemi con meno di cinque elementi, e il gomito nel grafico scompare:

